1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°2 : *LES SUITES NUMERIQUES*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n - 1} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 ; u_2

2) Déterminer u_{n+2} en fonction de u_n et que peut-on déduire ?

Exercice2 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+2} = 2u_{n+1} - 3u_n \\ u_0 = 1 ;\ u_1 = -1 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$

Calculer : u_2 ; u_3 ; u_4

Exercice3 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_n = \dfrac{n+1}{2n+1}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 1

2) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par $\dfrac{1}{2}$

3) Que peut-on dire de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

Exercice4 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_n = 3n^2 + 6n - 4$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée

Exercice5 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = (-1)^n \sin\sqrt{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée

Exercice6 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{7u_n}{2u_n + 1} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1 et majorée par 3.

Exercice7 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \dfrac{-n}{n+2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que : la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante

Exercice8 : soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : : $\begin{cases} u_0 = 1 ;\ u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n - 2 \end{cases}$: $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

Exercice9 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n^{\ 2} - 2u_n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et en déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée

Exercice 10 : Soit les suites numériques : (x_n) et (u_n) et (v_n) définies par :

$x_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{(-1)^{k+1}}{k^2}$ et $u_n = x_{2n}$ et $v_n = x_{2n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Etudier la monotonie des suite (u_n) et (v_n)

Exercice11 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison $r = -3$ et $u_{10} = -20$

1) Vérifier que : $u_0 = 10$

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

4) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{2}{3^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(v_n)_n$ une suite géométrique et déterminer sa raison

Donc la suite $(v_n)_n$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

Exercice12 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que : sa raison $q = 2$ et $u_5 = 96$

1) Vérifier que : $u_0 = 3$

2) Calculer : u_7

3) Calculer : $S = u_0 + u_3 + \cdots + u_7$

Exercice13 : Déterminer les réel x ; y et z pour que :

→Les nombres : x ; y et z soient les termes consécutifs d'une suite Arithmétique

→ $x + y + z = 9$

→ $2x + y - z = 0$

Exercice14 : 1) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; Calculer en fonction de n la somme suivante :

$s_n = 3 + 6 + 9 + ... + 3(n-1) + 3n$

2) Déterminer l'entier n tel que : $3 + 6 + 9 + ... + 3(n-1) + 3n = 2583$

Exercice15 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique de termes strictement négatifs de raison q :

1) Déterminer le signe de q

2) Calculer : u_0 et u_1 si on a : $\begin{cases} u_0 + u_1 = -10 \\ u_0 \times u_1 = 16 \end{cases}$

3) Ecrire u_n en fonction de n

Exercice16 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{7u_n - 25}{u_n - 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $u_n \neq 5$; $\forall n \in \mathbb{N}$

2) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 5}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) En déduire u_n en fonction de n

5) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$; Calculer : S_n en fonction de n

Exercice17 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n - 4}{u_n + 6} \\ u_0 = 0 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1

2) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \dfrac{1 + u_n}{4 + u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n

c) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$; Calculer : S_n en fonction de n

Exercice18 : Suites géométriques

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 23% de son intensité lumineuse.

1) Soit I_0 l'intensité d'un rayon lumineux à son entrée dans la plaque de verre et I_1 son intensité à la sortie. Exprimer I_1 en fonction de I_0

2) On superpose n plaques de verre identiques ; on note I_n l'intensité du rayon à la sortie de la nième plaque.

a) Exprimer I_n en fonction de I_{n-1}.

b) Quelle est la nature de la suite I_n ?

Déterminer l'expression de I_n en fonction de n et de I_0.

c) Quel est le sens de variation de I_n ?

3) Quelle est l'intensité initiale d'un rayon dont l'intensité après avoir traversé 4 plaques est égale à 15 ?

4) Calculer le nombre minimum de plaques qu'un rayon doit avoir traversé pour que son intensité sortante soit inférieure ou égale au quart de son intensité entrante ?

Exercice19 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+2} = \dfrac{1}{27}(12u_{n+1} - u_n) \\ u_0 = 2 ;\ u_1 = \dfrac{4}{9} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n - \dfrac{1}{3^n}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $u_{n+1} = \dfrac{1}{9}u_n + \dfrac{2}{3^{n+2}}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

2) a) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

b) Ecrire v_n et u_n en fonction de n

c) Calculer la somme : $s_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_n$

Exercice20 :1) On pose : $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - 2x^2}$: $\forall x \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right]$

a) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\left[0; \dfrac{1}{2}\right]$

b) Montrer que : $\forall x \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right]$; $0 \prec \dfrac{x^2}{1 - 2x^2} \prec \dfrac{1}{2}$

2)On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = a$ et $a \in \left]0; \dfrac{1}{4}\right]$: $u_{n+1} = \dfrac{u_n^{\ 2}}{1 - 2u_n^{\ 2}}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$: $0 \prec u_n \prec \dfrac{1}{4}$

b) Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

c) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} \leq \dfrac{2}{7}u_n$

Exercice21 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 \in [0,1]$ et : $u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n + 1}{2}}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $0 \leq u_n \leq 1$

2) Montrer que :la suite (u_n) est croissante.

3) On pose : $u_0 = \cos\theta$ avec : $\theta \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

Montrer que : $u_n = \cos\left(\dfrac{\theta}{2^n}\right)$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Exercice22 : (6pts) : Devoir $(0{,}5\text{pts} + 1{,}5\text{pts} + 1{,}5\text{pts} + 0{,}5\text{pts} + 1\text{pts} + 1\text{pts})$

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{\sqrt{2 - u_n}} \\ u_0 = \dfrac{2}{9} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $0 \prec u_n \prec 1$; $\forall n \in \mathbb{N}$

2) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \prec 1$ et en déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{3}{4}$ et en déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n \leq \dfrac{2}{9}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien
Prof : ATMANI NAJIB