1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°3 : *LES SUITES NUMERIQUES*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit $(u_n)_n$ la suite définie par : $u_n = 3n^2 - 2n + 4 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : les quatre 1ere termes de la suite $(u_n)_n$

2) Calculer en fonction de n les termes suivants : u_{n+1} ; u_{n-1} ; u_{2n} ; u_{2n+1}

3) Calculer en fonction de n : $u_{n+1} - u_n$

Exercice2 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3 \\ u_0 = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n + \beta$: $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 ; u_2 ; u_3

2) Déterminer β sachant que : $v_{n+1} = 2v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Exercice3 : Soit $(v_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par : $v_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

1) Montrer que $(v_n)_{n\geq 1}$ est minorée par 0

2) Montrer que $(v_n)_{n\geq 1}$ est majorée par $\frac{1}{2}$

3) Que peut-on déduire ?

Exercice4 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^{\ 2} + 4u_n + 6 \\ u_0 = 3 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer u_1

2) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2

Exercice5 : Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n + 1}{2}}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : la suite (u_n) est minorée par 0

2) Montrer que : la suite (u_n) est majorée par 1

3) Que peut-on dire de la suite (u_n) ?

Exercice6 : Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \frac{5n-3}{2n+7} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et en déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minoré

Exercice7 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 2n^2 - 7n + 3$

Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice8 : Soit les suites numériques (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}^*$ par :

$u_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ et $v_n = u_n + \frac{1}{n!}$

Etudier la monotonie des suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

Exercice9 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que : $u_0 = -5$ et $u_{10} = 25$

Et Soit la suite $(v_n)_n$ géométrique tel que : $v_0 = 3$ et $v_2 = 12$

1) a) Déterminer la raison de la suite $(u_n)_n$

b) Calculer : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$

2) a) Déterminer q la raison de la suite $(v_n)_n$ sachant que : $q \succ 0$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Exercice10 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_1 = 5$ et $u_2 = 10$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = 2$

2) Calculer u_3

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer u_{15} sachant que : $2^{14} = 16384$

5) Calculer : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ en fonction de n

Exercice11 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 tel que :

$\begin{cases} u_0 - u_4 = 6 \\ 2u_0 + u_4 = 3 \end{cases}$ 1) Calculer : u_0 et u_4

2) Calculer la raison r de cette suite

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer la somme suivante : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{49}$

Exercice12 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et : $u_{n+1} = u_n + 4 + 4\sqrt{u_n + 1}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n \geq 0$

2) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \sqrt{u_n + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer : v_0

b) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

c) Ecrire v_n en fonction de n

d) En déduire u_n en fonction de n

e) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$; Calculer : S_n en fonction de n

Exercice13 : Déterminer parmi les *suites suivantes celle qui est* géométrique :

1) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = 4\left(-\frac{5}{2}\right)^n$

2) $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $v_n = 2\times 5^{n-2} - 3\times 5^n + 4\times 5^{n-1}$

3) $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}$; $w_n = (n+1)^2$

Exercice14 : Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_{n+1} = 3^{2n+1}$: $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 ; u_2 ; u_3

2) Ecrire u_n en fonction de n

3) Calculer : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et que peut-on déduire ?

Exercice15 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_1 = \frac{3}{2}$ et $u_4 = \frac{3}{16}$

1) Déterminer sa raison q

2) Ecrire u_n en fonction de n

Exercice16 : Déterminer le réel x pour que les nombres : $(1 + x^2)$; $(3 + x)$ et 10 soient les termes consécutifs d'une suite géométrique dans cet ordre et déterminer sa raison.

Exercice17 : 1) Calculer en fonction de n la somme suivante : $s_n = 1 + 3 + 9 + 27 + \ldots + 3^n$

2) Déterminer n tel que : $s_n = 1093$

Exercice18 : Un jeune homme se préparait à l'examen du baccalauréat ; son père, pour l'encourager, lui demanda ce qu'il désirait en récompense
Mon examen devant avoir lieu le 20 juin, répond-t-il, donne-moi seulement 1 centime le 1er juin, 2 centimes le lendemain, 4 centimes le surlendemain, en doublant chaque jour jusqu'au 20 inclusivement. Et donne mois la somme. J'emploierai cet argent pour faire un voyage pendant les vacances.
Le père pensa qu'avec cette somme son fils n'irait pas loin ; mais au bout de quelques jours, il commença à s'apercevoir de son erreur.
Avec quelle somme le fils va-t-il pouvoir partir en vacances ?

Exercice19 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{9u_n}{4u_n + 3} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 et u_2

2) Montrer que $u_n \neq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

3) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = 2 - \frac{3}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme

b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n

c) On pose : $S_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$; Calculer : S_n en fonction de n

d) Etudier la monotonie de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice20 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2} \\ u_0 = 1 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 et u_2

2) On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

2) Ecrire v_n en fonction de n

3) En déduire u_n en fonction de n

Exercice21 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+2} = 4(u_{n+1} - u_n) \\ u_0 = \frac{1}{2} ;\ u_1 = 7 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \frac{u_n}{2^n}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer : u_2

2) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

3) Ecrire v_n en fonction de n

4) En déduire u_n en fonction de n

5) Calculer la somme suivante : $s_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ en fonction de n

Exercice22 : Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{12u_n}{9 + u_n^4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

1) Soit la fonction f tel que : $f(x) = \frac{12x}{9 + x^4}$

On suppose que : f est croissante sur $\left[-\sqrt{\sqrt{3}} ; \sqrt{\sqrt{3}}\right]$ et f est décroissante sur $\left]-\infty ; -\sqrt{\sqrt{3}}\right]$ et $\left[\sqrt{\sqrt{3}} ; +\infty\right[$

a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $1 \leq u_n \leq \sqrt{\sqrt{3}}$

b) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

2) On pose : $v_n = \frac{u_n}{n!} + \sqrt{\sqrt{3}}$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\frac{2}{9 + u_n^4} \leq \frac{1}{5}$ et en déduire La monotonie de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

Exercice23 : Devoir (7pts) : (1pts+0,5pts+0,5pts+1pts+1pts+1pts+0,5pts+1pts+0,5pts)

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{11u_n + 4}{1 - 4u_n} \\ u_0 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $-2 \prec u_n \prec -\frac{1}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

2) a) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n - u_{n+1} = \frac{2(u_n + 2)(2u_n + 1)}{4u_n - 1}$

b) En déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) On pose : $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$ et $s_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{u_k + 2}$

a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = 3$

b) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = -2 + \frac{3}{2 + 4\times 3^n}$

c) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $s_n = \frac{2}{3}\left(n + 3^{n+1}\right)$

4)a) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} + 2 = \frac{3}{1 - 4u_n}(u_n + 2)$

b) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} + 2 \leq \frac{3}{7}(u_n + 2)$

c) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{7}\right)^n$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien
Prof : ATMANI NAJIB