1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°4 : *LES SUITES NUMERIQUES*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^{\ 2} + 6u_n + 12 \\ u_0 = 4 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer u_1

2) Montrer que : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 3

Exercice2 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{8(u_n-1)}{u_n+2} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0 = 3 \end{cases}$

1) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2

2) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 4

3) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice3 : Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \dfrac{2n+3}{n+2}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que : la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement croissante

Exercice4 : Soit les suites numériques (u_n) et (v_n) définies par :

$u_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n+1}$ et $v_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Etudier la monotonie des suite (u_n) et (v_n)

Exercice5 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2u_n+1}{u_n+1} & \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1) Montrer que : $1 \le u_n \le 2$ $\forall n\in\mathbb{N}$ 2) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Exercice6 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique de raison r tel que $u_{10} = 35$ et $u_6 = 23$

Et soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 2^{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Vérifier que la raison r de cette suite est 3 et que : $u_0 = 5$

2) Calculer la somme suivante : $S = u_{1996} + u_{1997} + \cdots + u_{2013}$

3) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = 8$

Exercice7 : 1) Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0 = 3$ et $u_3 = 24$

a) Vérifier que la raison de cette suite est : $q = 2$ b) Calculer : $S = u_0 + u_3 + \cdots + u_5$

2) Soit $(v_n)_n$ une suite tel que : $v_n = \dfrac{1}{2}n + \dfrac{3}{2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer : v_0 et v_1

b) Montrer que la suite $(v_n)_n$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison

c) Montrer que 2015 est un terme de la suite $(v_n)_n$

Exercice8 : Soient les réel x ; y et z différents deux a deux tels que :

→Les nombres : x ; y et z soient les termes consécutifs d'une suite arithmétique $(u_n)_n$

→ Les nombres : y ; z et x soient les termes consécutifs d'une suite géométrique $(v_n)_n$

→ $x + y + z = 18$

Calculer la somme des six premiers termes consécutifs des suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$

Exercice9 : Calculer en fonction de n la somme suivante : $s_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} \left(\dfrac{1}{2}\right)^k = 1 + \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

Exercice10 : Déterminer parmi les *suites suivantes celle qui est* arithmétique

1) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = -\dfrac{1}{2}n + 2025$

2) $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_n = 2(n+1)^2 - 2024$

3) $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définies par :* $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $w_n = (\sqrt{3}+1)n - (\sqrt{3}-1)$

Exercice11 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2u_n-1}{u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

Et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique et déterminer sa raison r et son premier terme

2) Ecrire v_n en fonction de n

3) En déduire u_n en fonction de n

4) Calculer la somme suivante : $s_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{32}$

Exercice12 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Et soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = u_n - 3$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; v_0

2) Montrer par récurrence que : $u_n \le 3$; $\forall n \in \mathbb{N}$

3)a) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) Déduire que la suite : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 2

c) Que peut-on déduire pour la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$

b) Ecrire v_n en fonction de n c) En déduire u_n en fonction de n

4) On pose : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ Calculer : S_n en fonction de n

Exercice13 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3-u_n} \\ u_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que $0 \prec u_n \prec 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

2) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ on pose : la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = 1 + \dfrac{\alpha}{u_n}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

Déterminer la valeur de α pour l'laquelle la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique

3) On prend : $\alpha = -2$ a) Calculer : $S_n = v_3 + v_4 + \ldots + v_n$ en fonction de n

b) Déterminer u_n en fonction de n

Exercice14 : Soit a_n et b_n les suites définies pour tout n entier naturel par : $\begin{cases} a_0 = 2, b_0 = 3 \\ a_{n+1} = \dfrac{1}{5}(3a_n + 2b_n) \\ b_{n+1} = \dfrac{1}{5}(2a_n + 3b_n) \end{cases}$

1) Soit (u_n) la suite de terme général : $u_n = a_n + b_n$. Montrer que (u_n) est constante et calculer u_n en fonction de n.

2) Soit (v_n) la suite de terme général : $v_n = a_n - b_n$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

3)Exprimer a_n et b_n en fonction de u_n et v_n puis en fonction de n..

Exercice15 : Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites définies par : $\forall n \in \mathbb{N}$

$u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{n}{2(n+1)(n+2)}$ et $u_0 = 2$; $v_n = \dfrac{1}{2}u_n - \dfrac{1}{2(n+1)}$

1)a) Montrer que : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

b) Ecrire u_n en fonction de n

2) a) Montrer que : $2^n \succ n$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Déduire que : $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \prec u_n \prec \dfrac{2}{n}$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Exercice16 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et : $u_{n+1} = \dfrac{2u_n^3}{3u_n^{\ 2}+1}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : la suite (u_n) est minorée par 0

2) étudier la monotonie de la suite (u_n)

3) a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}u_n$ b) Déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Exercice17 : Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = u_n - u_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer qu'il existe u_0 tel que la suite (u_n) soit stationnaire

2) Supposons que : $u_0 \in [0;1]$ Montrer que la suite (u_n) est monotone et bornée

Exercice18 : Une entreprise de transport possède 40 camions en décembre 1991. L'évolution de l'entreprise est telle que celle-ci doit acheter 8 camions supplémentaires chaque année.

1) Calculer le nombre de camions que possède l'entreprise en 1992, en 1993 et en 1994.

2) Ces nombres forment une suite.

a) Donner la nature de cette suite.

b) Préciser le premier terme u_1 et la raison de cette suite.

c) Donner l'expression du nombre Un de camions que possède l'entreprise l'année n.

3) Quel est le nombre de camions que possède l'entreprise en 2002 ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien
Prof : ATMANI NAJIB