1er BAC Sciences Expérimentales BIOF
1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°6 : *LES SUITES NUMERIQUES*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=\frac{1}{2}$ et : $u_{n+1}=u_n+1-\sqrt{u_n^2+1}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $0\prec u_n\prec 1$

2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 2 :

1) $(u_n)_n$ est une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=3$ et sa raison $r=5$

a) Calculer u_1 et u_2

b) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

2) $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison q et $v_0=\frac{2}{3}$ et $v_1=4$

a) Montrer que la raison $q=6$

b) Ecrire v_n en fonction de n

Exercice3 : Soit $(u_n)_n$ une suite arithmétique tel que son premier terme $u_0=9$ et sa raison $r=6$

1) Ecrire u_n en fonction de n et vérifier que : $u_{22}=141$

2) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{22}$

Exercice4 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique tel que $u_0=81$ et $u_1=27$

1) Vérifier que la raison de cette suite est : $q=\frac{1}{3}$

2) Calculer u_2

3) Ecrire u_n en fonction de n

4) Calculer : $S=u_0+u_1+\cdots+u_n$ en fonction de n

Exercice5 : Soit $(u_n)_n$ une suite tel que : $u_n=2-\frac{3}{4}n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_0 et u_1

2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite arithmétique de raison $r=-\frac{3}{4}$

3) Calculer la somme suivante : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{20}$

Exercice6 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{5u_n-1}{u_n+3} \\ u_0=2 \end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Et Soit la suite récurrente $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n=\frac{1}{u_n-1}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer: u_1 ; v_0

2) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique de raison $r=\frac{1}{4}$

b) Ecrire v_n en fonction de n

c) En déduire u_n en fonction de n

d) Calculer la somme suivante : $s_n=v_0+v_1+\ldots+v_{32}$

Exercice7 : soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{2u_n}{1+(n+2)u_n} \\ u_1=\frac{1}{3} \end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ et on considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $v_n=\frac{1}{u_n}-n$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

1) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme

2) a) Ecrire u_n puis v_n en fonction de n

b) Calculer la somme : $s_n=\sum_{k=1}^{k=n}v_k=v_1+v_2+\ldots+v_n$ en fonction de n

Exercice8 : On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $u_1=1$ et $u_{n+1}=\frac{u_n}{3-u_n}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

1) Calculer : u_2 2) Soit La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $v_n=\frac{1}{u_n}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

a) Calculer : v_1 b) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*$: $v_{n+1}=3v_n-1$

3)On considère la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par : $w_n=v_n-\frac{1}{2}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

a) Déterminer w_n en fonction de n ; puis déduire v_n et u_n en fonction de n :

Exercice9 : Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites définies par : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2 \\ v_{n+1}=v_n-\frac{1}{2}u_n \\ u_0=-3\ ;\ v_0=0 \end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) Calculer : u_1 ; v_1 u_2 ; et v_2

2) Montrer que : $u_n\geq -4$: $\forall n\in\mathbb{N}$ et que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante

3) On pose : $a_n=u_n+4$ et $b_n=v_n-u_n$; $\forall n\in\mathbb{N}$

a) Montrer que : $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont en déterminera la raison et le premier terme et écrire a_n en fonction de n

b) Montrer que : $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont en déterminera la raison et le premier terme et écrire b_n en fonction de n

c) En déduire : u_n et v_n en fonction de n

d) Montrer que : $v_n\succ n$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$

Exercice10 : Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{3u_n}{u_n+21} \\ u_0=\alpha \end{cases}$ $\forall n\in\mathbb{N}$ et $\alpha\in\mathbb{R}$

1)Déterminer les valeurs de α pour que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit constante

2)On pose : $\alpha=1$

a) Montrer que $0\prec u_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

b) Montrer que $u_{n+1}\leq\frac{1}{7}u_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

c) Déduire que la suite (u_n) est décroissante

d) Montrer que $u_n\leq\left(\frac{1}{7}\right)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

Exercice11 : On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$u_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+\sqrt{k}}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{n+\sqrt{n-1}}+\frac{1}{n+\sqrt{n}}$.

1) Montrer que, pour tout entier $k\in\ 1\ ;n$

On a : $\frac{1}{n+\sqrt{n}}\leq\frac{1}{n+\sqrt{k}}\leq\frac{1}{n+1}$.

2)En déduire que, pour tout n de $\mathbb{N}$: $\frac{n}{n+\sqrt{n}}\leq u_n\leq\frac{n}{n+1}$.

Exercice12 : 1) La population d'un village de montagne diminue tous les ans de 20 %. Sachant qu'en 1996 elle était de 1 875 habitants, compléter le tableau suivant :

Année	1996	1997	1998	1999	2000
Nombre d'habitants					

2) Montrer que les nombres d'habitants sont des termes d'une suite dont on déterminera la nature et la raison.

3) À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur :

a) Déterminer la population de ce village en 2010

b) Donner l'année d'extinction de ce village si on suppose la diminution de la population constante

Exercice13 : On admet que si on mélange un litre d'eau à la température T et un litre d'eau à la température T', on obtient deux litres d'eau à la température $\frac{T+T'}{2}$.

On dispose d'un litre d'eau à la température T_0 = 80 °C ; on lui ajoute un litre d'eau à la température 20 °C ; on obtient deux litres à la température T_1.

On prélève alors un litre sur les deux obtenus, auquel on ajoute un litre d'eau à la température 20 °C ; on obtient deux litres d'eau à la température T_2.

On répète le processus : on prélève un litre sur les deux obtenus, auquel on ajoute un litre d'eau à la température 20 °C ; on obtient deux litres à la température T_3.

1) On fabrique ainsi une suite (T_n) telle que T_{n+1} est la température du mélange d'un litre d'eau à la température T_n et d'un litre d'eau à la température 20°C.

a) Calculer T_1, T_2 et T_3.

b) Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n.

2) Soit la suite (u_n) telle que pour tout n : $u_n=T_n-20$

a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique.

b) Exprimer u_n en fonction de l'entier n.

c) En déduire que pour tout n, $T_n=20+\frac{60}{2^n}$.

d) À l'aide d'une calculatrice, déterminer le premier rang n à partir duquel $T_n\leq 21$.

Exercice14 :

1) Quel est le taux d'intérêt mensuel t que l'on doit utiliser pour obtenir un taux d'intérêt annuel T ?

2) On emprunte une somme S à un taux d'intérêt annuel T sur n années. Déterminer le montant du remboursement mensuel R (traite).

3) Vous empruntez 10 000 DH à 5 % l'an sur 12 ans. Déterminez la traite que vous devrez payer mensuellement. Quel est le montant total des intérêts payés à la banque ?

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien
Prof : ATMANI NAJIB