1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Correction Série N°1 : *CALCUL TRIGONOMETRIQUE*

Exercice1 : 1) Sachant que : $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$, calculer la valeur de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$

2) En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

Solution : 1) Pour tout $x\in\mathbb{R},\ \cos^2 x+\sin^2 x=1$ donc : $\cos^2\left(\frac{9\pi}{5}\right)=1-\sin^2\left(\frac{9\pi}{5}\right)$

Donc : $\sin^2\left(\frac{9\pi}{5}\right)=1-\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2=1-\frac{5+2\sqrt{5}+1}{16}$ C'est-à-dire : $\sin^2\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\frac{10-2\sqrt{5}}{16}$

Donc : $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$ ou $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=-\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$

De plus on a : $\frac{9\pi}{5}\in\left[\frac{3\pi}{2};2\pi\right[$ donc : $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)\prec 0$

Par suite : $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=-\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

2) $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\cos\left(\frac{10\pi-\pi}{5}\right)=\cos\left(\frac{10\pi}{5}-\frac{\pi}{5}\right)=\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{5}\right)$

Donc : $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

De même on a : $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\sin\left(\frac{10\pi-\pi}{5}\right)=\sin\left(\frac{10\pi}{5}-\frac{\pi}{5}\right)=\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{5}\right)$

Donc : $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et donc : $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)=-\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$.

Exercice2 : Soit $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$On pose : $A(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos(2x)+\sin(2x)\right)^2-1\right]$

1) Calculer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

2) Montrer que : $A(x)=\cos 2x\times\sin 2x$

3) Montrer que : $A(-x)=-A(x)$

4) Calculer : $A(x)+A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Solution :1) On a : $A(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos(2x)+\sin(2x)\right)^2-1\right]$

Donc : $A\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\left(2\times\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(2\times\frac{\pi}{4}\right)\right)^2-1\right]$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $A\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right]$

Donc : $A\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left[(0+1)^2-1\right]=\frac{1}{2}\times 0=0$

$A\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\left(2\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right)+\sin\left(2\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right)\right)^2-1\right]$

$A\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)^2-1\right]=\frac{1}{2}\left[\left(\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2-1\right]=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1\right]$

Donc : $A\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{2}(0-1)=-\frac{1}{2}$

2) Montrons que : $A(x)=\cos 2x\times\sin 2x$

On a : $A(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos(2x)+\sin(2x)\right)^2-1\right]$

Donc : $A(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos(2x)\right)^2+2\cos(2x)\sin(2x)+\left(\sin(2x)\right)^2-1\right]$

Donc : $A(x)=\frac{1}{2}\left[\left(\cos(2x)\right)^2+\left(\sin(2x)\right)^2+2\cos(2x)\sin(2x)-1\right]$ or : $(\cos X)^2+(\sin X)^2=1$

Donc : $A(x)=\frac{1}{2}\left[1+2\cos(2x)\sin(2x)-1\right]$

Donc : $A(x)=\frac{1}{2}2\cos(2x)\sin(2x)=\cos(2x)\sin(2x)$

3) Montrons que : $A(-x)=-A(x)$

On a : $A(x)=\cos(2x)\sin(2x)$

Donc : $A(-x)=\cos(-2x)\times\sin(-2x)$ or : $\cos(-X)=\cos X$ et $\sin(-X)=-\sin X$

Donc : $A(-x)=-\cos(2x)\times\sin(2x)$

Donc : $A(-x)=-A(x)$

4) Calculons : $A(x)+A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$: On a : $A(x)=\cos(2x)\sin(2x)$

Donc : $A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)\sin\left(2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

Donc : $A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$ or : $\cos\left(X+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin X$ et $\sin\left(X+\frac{\pi}{2}\right)=\cos X$

Donc : $A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sin(2x)\cos(2x)$

Donc : $A(x)+A\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos(2x)\sin(2x)-\sin(2x)\cos(2x)=0$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice3 : 1) Calculer : $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

2) Calculer : $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

3) Monter que : $\cos x=\cos(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{3})$

4) Monter que : $\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x-\frac{2\pi}{3})+\sin x=0$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**
$\cos x$	**1**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	**0**

Solution :1) $\cos\frac{\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$

$$\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

2) $\cos\frac{5\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$$\sin\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

3) $\cos(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{3})=\cos x$??

$$\cos(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{3})=\cos x\cos\frac{\pi}{3}-\sin x\sin\frac{\pi}{3}+\cos x\cos\frac{\pi}{3}+\sin x\sin\frac{\pi}{3}=2\cos x\times\frac{1}{2}=\cos x$$

Donc : $\cos(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{3})=\cos x$

4) $\sin(x+\frac{2\pi}{3})=\sin x\cos\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}\cos x=\sin x\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\cos x$

$$\sin(x+\frac{2\pi}{3})=-\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cos x$$

$$\sin(x-\frac{2\pi}{3})=\sin x\cos\frac{2\pi}{3}-\sin\frac{2\pi}{3}\cos x=\sin x\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\cos x$$

$$\sin(x-\frac{2\pi}{3})=-\sin x\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3}\cos x$$

$$\sin(x+\frac{2\pi}{3})+\sin(x-\frac{2\pi}{3})+\sin x=-2\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\sin x=-\sin x+\sin x=0$$

PROF:ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice4 : 1) Calculer $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$ et $\tan\frac{\pi}{8}$

2) En déduire : $\cos\frac{7\pi}{8}$; $\sin\frac{7\pi}{8}$ et $\tan\frac{7\pi}{8}$

Solution : On a $\frac{\pi}{4}=2\frac{\pi}{8}$ donc : $\cos\frac{\pi}{4}=\cos\left(2\frac{\pi}{8}\right)$

D'après : $\cos 2x=2\cos^2 x-1$

On a donc : $\cos\frac{\pi}{4}=2\cos^2\frac{\pi}{8}-1$ donc : $\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

Donc : $\cos\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$ ou $\cos\frac{\pi}{8}=-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$

Or $0\prec\frac{\pi}{8}\prec\frac{\pi}{2}$ donc : $\cos\frac{\pi}{8}\succ 0$ donc : $\cos\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$

Donc : $\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

D'après : $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$ On a donc : $\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

Donc : $\sin\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$ ou $\sin\frac{\pi}{8}=-\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$

Or $0\prec\frac{\pi}{8}\prec\frac{\pi}{2}$ donc : $\sin\frac{\pi}{8}\succ 0$ donc : $\sin\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$

Donc : $\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

2) Déduisons : $\cos\frac{7\pi}{8}$; $\sin\frac{7\pi}{8}$ et $\tan\frac{7\pi}{8}$

On a : $\frac{7\pi}{8}=\frac{8\pi-\pi}{8}=\pi-\frac{\pi}{8}$

Donc : $\cos\frac{7\pi}{8}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$\sin\frac{7\pi}{8}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$\tan\frac{7\pi}{8}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=-\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=1-\sqrt{2}$

Exercice5 : Soient : $0\prec a\prec\frac{\pi}{2}$; $0\prec b\prec\frac{\pi}{2}$ et $\cos a=\sin b=\frac{1}{2}$

1) Calculer : $\sin a$ et $\cos b$ 2) Calculer : $\sin(a+b)$

Solution : calcul de $\cos b$:

On a : $\cos^2 b+\sin^2 b=1\Leftrightarrow\cos^2 b=1-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

PROF: ATMANI NAJIB

$\cos^2 b = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ou $\cos b = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Or : $0 \prec b \prec \frac{\pi}{2}$ donc : $\cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Calcul de : $\sin a$

On a : $\cos^2 a + \sin^2 a = 1 \Leftrightarrow \sin^2 a = 1 - \cos^2 a \Leftrightarrow \sin^2 a = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

Donc : $\sin^2 a = \frac{3}{4}$ donc $\sin a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ou $\sin a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ or $0 \prec a \prec \frac{\pi}{2}$ donc : $\sin a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) On a : $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

Donc : $\sin(a+b) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

Exercice6 : Sachant que : $\sin x = \frac{1}{2}$ et $0 \prec x \prec \frac{\pi}{2}$

Calculer : $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$

Solution : On a : $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$

Donc : $\cos(2x) = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

Et on a : $\sin(2x) = 2\sin x \times \cos x$ il faut Calculer $\cos x$?

On a : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donc : $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

Donc : $\cos^2 x = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$ donc : $\cos^2 x = \frac{8}{9}$

Donc : $\cos x = \frac{\sqrt{8}}{3}$ ou $\cos x = -\frac{\sqrt{8}}{3}$ or $0 \prec x \prec \frac{\pi}{2}$ donc : $\cos x = \frac{\sqrt{8}}{3}$

Donc : $\sin(2x) = 2\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{8}}{9}$

Exercice7 : Montrer que : $\forall x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$; $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$

Solution : $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\sin x \cos x} = \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cos x}$

$$= \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cos x} = \frac{\sin 2x}{\sin x \cos x} = \frac{2\sin x \cos x}{\sin x \cos x} = 2$$

Exercice8 : Montrer que : 1) $1 - \cos x + \sin x = 2\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)$

2) si $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\sin\alpha \neq -1$ alors : $\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$

Solution :1) On a : $1 - \cos x + \sin x = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

Car : $\cos x = 1 - 2\sin^2\frac{x}{2}$ (2) et $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ (3)

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $1-\cos x+\sin x=2\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)$

2) On a : $1-\sin\alpha=1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ et $1+\sin\alpha=1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

Donc : $1-\sin\alpha=2\sin^2\left(\frac{\frac{\pi}{2}-\alpha}{2}\right)$ et $1+\sin\alpha=2\cos^2\left(\frac{\frac{\pi}{2}-\alpha}{2}\right)$

Donc : $1-\sin\alpha=2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$ et $1+\sin\alpha=2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

Donc : $\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}=\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

Exercice9 : 1) Calculer : $\tan\frac{\pi}{12}$ et $\tan\frac{5\pi}{12}$

2) En déduire : $\tan\frac{11\pi}{12}$

Solution :1) $\tan\frac{\pi}{12}=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}=\frac{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=2-\sqrt{3}$

$\tan\frac{5\pi}{12}=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=2+\sqrt{3}$

2) $\tan\frac{11\pi}{12}=\tan\frac{12\pi-\pi}{12}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)=-\tan\frac{\pi}{12}=-\left(2-\sqrt{3}\right)=-2+\sqrt{3}$

Exercice10 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+2x-1=0$

2) En déduire : $\tan\frac{\pi}{8}$

Solution : 1) Utilisons le déterminent Δ : $x^2+2x-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=4-4(-1)\times1=4+4=8>0$

Donc : deux solutions :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{8}}{2\times1}=\frac{-2-2\sqrt{2}}{2\times1}=-1-\sqrt{2}<0$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+2\sqrt{2}}{2\times1}=-1+\sqrt{2}>0$

Donc : $S=\left\{-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right\}$

2) Déduisons : $\tan\frac{\pi}{8}$

PROF: ATMANI NAJIB

On va utiliser : $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$ en remplaçant : x par $\frac{\pi}{8}$

$$\tan\left(2\times\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}} \Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}} \Leftrightarrow 1 = \frac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}} \Leftrightarrow 1-\tan^2\frac{\pi}{8} = 2\tan\frac{\pi}{8}$$

$\Leftrightarrow \tan^2\frac{\pi}{8} + 2\tan\frac{\pi}{8} - 1 = 0$; on pose : $\tan\frac{\pi}{8} = x$ l'équation devient : $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$

$x_1 = \tan\frac{\pi}{8} = -1-\sqrt{2} < 0$ ou $x_2 = \tan\frac{\pi}{8} = -1+\sqrt{2} > 0$ Or $0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$ donc : $\tan\frac{\pi}{8} > 0$

Donc : $\boxed{\tan\frac{\pi}{8} = -1+\sqrt{2}}$

Exercice11 : Soit $a \in \mathbb{R}$ tel que : $\tan\frac{a}{2} = \sqrt{2}$

Calculer : $\cos a$ et $\sin a$ et $\tan a$

Solution : On a : $\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2} = \frac{1-\sqrt{2}^2}{1+\sqrt{2}^2} = -\frac{1}{3}$ et $\sin a = \frac{2t}{1+t^2} = \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan a = \frac{2t}{1-t^2} = \frac{2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}^2} = -2\sqrt{2}$

Exercice12 : *Transformer en produits les expressions suivantes :*

1) $A(x) = \sin 2x + \sin 4x$

2) $B(x) = \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x$

3) $C(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x$

Solution :1) $A(x) = \sin 2x + \sin 4x = 2\sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\cos\left(\frac{2x-4x}{2}\right)$

$\sin 2x + \sin 4x = 2\sin 3x\cos(-2x) = 2\sin 3x\cos 2x$

2) On a: $\cos x + \cos 3x = 2\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right) = 2\cos 2x\cos x$

$\cos 2x + \cos 4x = 2\cos\left(\frac{4x+2x}{2}\right)\cos\left(\frac{4x-2x}{2}\right) = 2\cos 3x\cos x$

Donc : $B(x) = 2\cos 2x\cos x + 2\cos 3x\cos x = 2\cos x(\cos 2x + \cos 3x)$ et on a : $\cos 2x + \cos 3x = 2\cos\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2}$

Donc : $B(x) = 4\cos x\cos\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2}$

Exercice13 : Ecrire sous la forme d'une somme

1) $\cos 2x \times \sin 4x$ 2) $\sin x \times \sin 3x$ 3) $\cos 4x \times \cos 6x$

Solution :1) $\cos 2x \times \sin 4x = \frac{1}{2}(\sin(2x+4x) - \sin(2x-4x)) = \frac{1}{2}(\sin 6x - \sin(-2x))$

$$= \frac{1}{2}(\sin 6x + \sin 2x) = \frac{1}{2}\sin 6x + \frac{1}{2}\sin 2x$$

PROF: ATMANI NAJIB

2) $\sin x \times \sin 3x = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+3x)-\cos(x-3x)\right) = -\frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos(-2x)\right) = -\frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos 2x\right)$

Donc: $\sin x \times \sin 3x = -\frac{1}{2}\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 2x$

3) $\cos 4x \times \cos 6x = \frac{1}{2}\left(\cos(4x+6x)+\cos(4x-6x)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos 4x - \cos(-2x)\right)$

$$\cos 4x \times \cos 6x = \frac{1}{2}\cos 4x - \frac{1}{2}\cos(2x)$$

Exercice14 : Calculer : 1) $\cos\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12}$ 2) $\sin\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12}$

Solution :1) $\cos\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}\right)\right)$

$$\cos\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(\cos\pi + \cos\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(-1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}-2}{4}$$

2) $\sin\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{7\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}\right)\right)$

$$\sin\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}\left(\sin\pi + \sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(0+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

Exercice15 : 1) Linéariser : $2\cos^2 x \times \sin 2x$

2) Linéariser : $\cos^3 x$

Solution :1) $2\cos^2 x \times \sin 2x = 2\frac{1+\cos 2x}{2} \times \sin 2x = (1+\cos 2x)\times \sin 2x = \sin 2x + \sin 2x \cos 2x$

Donc : $2\cos^2 x \times \sin 2x = \sin 2x + \frac{1}{2}\sin 4x$

2) $\cos^3 x = \cos^2 x \times \cos x = \frac{1+\cos 2x}{2} \times \cos x = \frac{1}{2}(\cos x + \cos 2x \times \cos x)$

$$\cos^3 x = \frac{1}{2}\left(\cos x + \frac{1}{2}(\cos 3x + \cos x)\right) = \frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos x = \frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x$$

$$\cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)$$

Exercice16 : Montrer que : $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan 3x \times \tan x$

Solution : On a : $\cos 2x - \cos 4x = -2\sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-4x}{2}\right) = 2\sin(3x)\sin x$

et $\cos 2x + \cos 4x = -2\cos\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\cos\left(\frac{2x-4x}{2}\right) = 2\cos 3x \cos x$

Donc : $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \frac{2\sin 3x \sin x}{2\cos 3x \cos x} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = \tan 3x \times \tan x$

Car : $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$

Exercice17 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $4\tan x + 4 = 0$

2) Résoudre dans $[-\pi, \pi[$ l'équation suivante : $2\cos 2x + \sqrt{3} = 0$

PROF. ATMANI NAJIB

3) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right]$ l'équation suivante : $2\sqrt{2}\sin x+2=0$

Solution : 1) On a $4\tan x+4=0$ est définie dans $\mathbb{R}$ équivaut à : $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc $D=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

$4\tan x+4=0$ Équivaut à : $\tan x=-1$

Équivaut à : $\tan x=-\tan\frac{\pi}{4}$ c'est-à-dire : $\tan x=\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont : $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) $2\cos 2x+\sqrt{3}=0$ Equivaut à : $\cos 2x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Équivaut à : $\cos 2x=-\cos\frac{\pi}{6}$ c'est-à-dire : $\cos 2x=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

Équivaut à : $2x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ ou $2x=-\frac{5\pi}{6}+2k\pi$

Équivaut à : $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi$ ou $x=-\frac{5\pi}{12}+k\pi$ avec: $k\in\mathbb{Z}$

- Encadrement de $x=\frac{5\pi}{12}+k\pi$: $-\pi\le\frac{5\pi}{12}+k\pi<\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Equivaut à : $-1\le\frac{5}{12}+k<1$ cad $-1-\frac{5}{12}\le k<1-\frac{5}{12}$ c'est-à-dire : $-\frac{17}{12}\le k<\frac{7}{12}$

Par suite : $k=0$ ou $k=-1$

Si $k=0$ alors : $x=\frac{5\pi}{12}+0\pi=\frac{5\pi}{12}$

Si $k=-1$ alors : $x=\frac{5\pi}{12}-1\pi=\frac{-7\pi}{12}$

- Encadrement de $x=-\frac{5\pi}{12}+k\pi$: $-\pi\le-\frac{5\pi}{12}+k\pi<\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Equivaut à : $-1\le\frac{-5}{12}+k<1$ cad $-\frac{7}{12}\le k<\frac{17}{12}$

Par suite : $k=0$ ou $k=1$

Si $k=0$ alors : $x=-\frac{5\pi}{12}+0\pi=-\frac{5\pi}{12}$

Si $k=1$ alors : $x=-\frac{5\pi}{12}+1\pi=\frac{7\pi}{12}$

Finalement : $S=\left\{-\frac{7\pi}{12};-\frac{5\pi}{12};\frac{5\pi}{12};\frac{7\pi}{12}\right\}$

3) $2\sqrt{2}\sin x+2=0$ Équivaut à : $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c'est-à-dire : $\sin x=-\sin\frac{\pi}{4}$

Équivaut à : $\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

PROF: ATMANI NAJIB

L'équation a pour solutions $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ et $\pi-\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2k\pi=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$

• Encadrement de $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$: $-\frac{\pi}{2}\le-\frac{\pi}{4}+2k\pi\le\frac{5\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $-\frac{1}{2}\le-\frac{1}{4}+2k\le\frac{5}{2}$ c'est-à-dire : $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\le 2k\le\frac{5}{2}+\frac{1}{4}$

Donc $-\frac{1}{8}\le k\le\frac{11}{8}$ c'est-à-dire : $-0,12\le k\le 1,37$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ ou $k=1$

Pour $k=0$ on trouve $x_1=-\frac{\pi}{4}+2\times0\pi=-\frac{\pi}{4}$

Pour $k=1$ on trouve $x_2=-\frac{\pi}{4}+2\times1\pi=\frac{7\pi}{4}$

• Encadrement de $\frac{5\pi}{4}+2k\pi$: $-\frac{\pi}{2}\le\frac{5\pi}{4}+2k\pi\le\frac{5\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $-\frac{1}{2}\le\frac{5}{4}+2k\le\frac{5}{2}$ Donc $-\frac{1}{2}-\frac{5}{4}\le 2k\le\frac{5}{2}-\frac{5}{4}$

Donc : $-\frac{7}{8}\le k\le\frac{5}{8}$ Donc $-0,8\le k\le 0,6$ et $k\in\mathbb{Z}$ c'est-à-dire : $k=0$

Pour $k=0$ on trouve $x_3=\frac{5\pi}{4}+2\times0\pi=\frac{5\pi}{4}$ Donc $S=\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right\}$

Exercice18 : 1) Montrer que : $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos(x+11\pi)-1=(\cos x+1)(2\cos x-1)$ si $x\in\mathbb{R}$

2) Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation suivante : $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos(x+11\pi)-1=0 \quad (E)$

3) Placer sur le cercle trigonométrique munie d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ les solutions de l'équation (E).

4) Soient A ; B ; C les points trouvés dans la question 3)
Montrer que : ABC est un triangle équilatéral

Solution : 1) $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos(x+11\pi)-1=2(\cos x)^2-\cos(x+10\pi+\pi)-1$

$$=2(\cos x)^2-\cos(x+\pi)-1=2(\cos x)^2+\cos x-1$$

Et on a $(\cos x+1)(2\cos x-1)=2(\cos x)^2+\cos x-1$

Donc : $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos(x+11\pi)-1=(\cos x+1)(2\cos x-1)$ si $x\in\mathbb{R}$

2) $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos(x+11\pi)-1=0$ Équivaut à : $(\cos x+1)(2\cos x-1)=0$

Équivaut à : $\cos x+1=0$ ou $2\cos x-1=0$ c'est-à-dire : $\cos x=-1$ ou $\cos x=\frac{1}{2}$

Équivaut à : $\cos x=-1$ ou $\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $x=(2k+1)\pi$ ou $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

- Encadrement de $(2k+1)\pi$: $-\pi<(2k+1)\pi\leq\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $-1<2k+1\leq1$ c'est-à-dire : $-2<2k\leq0$ équivaut à : $-1<k\leq0$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ et on trouve $x_1=\pi$

- Encadrement de $\frac{\pi}{3}+2k\pi$: $-\pi<\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$ donc $-1<\frac{1}{3}+2k\leq1$

Donc $\frac{-4}{3}<2k\leq\frac{2}{3}$ c'est-à-dire $\frac{-2}{3}<k\leq\frac{1}{3}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ et on trouve $x_2=\frac{\pi}{3}$

- Encadrement de $-\frac{\pi}{3}+2k\pi$: $-\pi<-\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

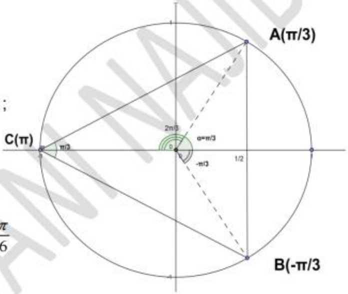
Donc $-1<-\frac{1}{3}+2k\leq1$ équivaut à : $\frac{-2}{3}<2k\leq\frac{4}{3}$

C'est-à-dire : $\frac{-1}{3}<k\leq\frac{2}{3}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ et on trouve $x_3=-\frac{\pi}{3}$

Donc $S_{]-\pi;\pi]}=\left\{\pi;\frac{\pi}{3};\frac{-\pi}{3}\right\}$

3) Voir figure.



4) Montrons que : ABC est un triangle équilatéral :
On a : $OA=OB=OC$ donc les triangles : OAB ; OAC ; OBC sont des triangles isocèles de sommet O

Exemple dans le triangle OAB on a : $AOB=\frac{2\pi}{3}$

Donc : $OAB=OBA=\frac{\pi}{6}$

De même on déduit que : $OBC=OCB=OAC=OCA=\frac{\pi}{6}$

Équivaut à $ABC=BAC=ACB=\frac{\pi}{3}$

Par suite : ABC est un triangle équilatéral

Exercice19 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\cos x-\sqrt{3}\sin x=1$

Solution : Transformation de : $\cos x-\sqrt{3}\sin x$; $a=1$ et $b=-\sqrt{3}$

Donc : $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

Donc : $\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\left(\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos x-\sin\frac{\pi}{3}\sin x\right)$

Donc : $\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

$\cos x-\sqrt{3}\sin x=1\Leftrightarrow2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

PROF: ATMANI NAJIB

$\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ $\Leftrightarrow x=0+2k\pi$ ou $x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$ sont : $S_{\mathbb{R}}=\left\{2k\pi / k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\frac{2\pi}{3}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}\right\}$

Exercice20 : 1) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos x-\sin x=1$

2)Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'inéquation : $\sqrt{3}\cos x-\sin x\geq 1$

Solution : *Transformation de :* $\sqrt{3}\cos x+\sin x$ $b=-1$ et $a=\sqrt{3}$

Donc : $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\sqrt{3}^2+(-1)^2}=\sqrt{4}=2$

$$\sqrt{3}\cos x-\sin x=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos x-\sin\frac{\pi}{6}\sin x\right)$$

$$\sqrt{3}\cos x-\sin x=2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sqrt{3}\cos x-\sin x=1\Leftrightarrow 2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$$

$\Leftrightarrow 2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$

- Encadrement de $-\frac{\pi}{2}+2k\pi$: $-\pi\leq-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leq\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $-1\leq-\frac{1}{2}+2k\leq 1$

Donc $-\frac{1}{4}\leq k\leq\frac{3}{4}$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ on trouve $x_1=-\frac{\pi}{2}$

- Encadrement de $\frac{\pi}{6}+2k\pi$

$-\pi\leq\frac{\pi}{6}+2k\pi\leq\pi$

Donc $-1\leq\frac{1}{6}+2k\leq 1$

Donc $-\frac{7}{6}\leq 2k\leq\frac{5}{6}$ Donc $-\frac{7}{12}\leq k\leq\frac{5}{12}$

Donc $k=0$ on trouve $x_2=\frac{\pi}{6}$

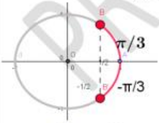
Donc $S_{[-\pi,\pi]}=\left\{-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right\}$

2) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'inéquation : $\sqrt{3}\cos x-\sin x\geq 1$?

$$\sqrt{3}\cos x-\sin x\geq 1\Leftrightarrow 2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\geq 1\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\geq\frac{1}{2}$$

On pose: $X=x+\frac{\pi}{6}$ donc $\cos X\geq\frac{1}{2}$

PROF: ATMANI NAJIB



$\cos X \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq X \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

$S_{[-\pi,\pi]} = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$

Exercice21 : Soit $x \in \mathbb{R}$ on pose : $A(x) = \sin 2x - \sqrt{3}\cos^2 x + 3\cos x - \sqrt{3}\sin x$

1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$: $A(x) = 2\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $A(x) = 0$

3) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation : $A(x) > 0$

Solution : 1) On a : $A(x) = \sin 2x - \sqrt{3}\cos^2 x + 3\cos x - \sqrt{3}\sin x$

On a : $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\frac{\pi}{3} \times \cos(x) = \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \cos x$

$2\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \cos x\right)$

$= \left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\left(\sin x - \sqrt{3} \times \cos x\right) = 2\cos x \sin x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - \sqrt{3}\sin x + 3\cos x$

$= \sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x + 3\cos x - \sqrt{3}\sin x = A(x)$

Donc : $A(x) = 2\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équations : $A(x) = 0$

$A(x) = 0 \Leftrightarrow 2\left(2\cos x - \sqrt{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x - \sqrt{3} = 0 \;\; ou \;\; \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \;\; ou \;\; \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \;\; \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{6} \;\; ou \;\; \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \;\; ou \;\; x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \;\; ou \;\; x - \frac{\pi}{3} = k\pi \;\; ; k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \;\; ou \;\; x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \;\; ou \;\; x = \frac{\pi}{3} + k\pi \;\; ; k \in \mathbb{Z}$

Donc : $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi; -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}\right\}$

PROF. ATMANI NAJIB

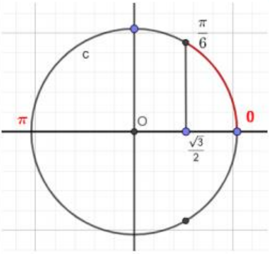
3) Résolvons dans $[0;\pi]$ l'inéquation : $A(x)>0$

Résolvons d'abord dans $[0;\pi]$ l'équation : $A(x)=0$

$$A(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \ \ ou \ \ x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi \ \ ou \ \ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \ ; \ k\in\mathbb{Z} \text{ et } x\in[0;\pi]$$

$$A(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6} \ \ ou \ \ x=\frac{\pi}{3} \ ;$$

$$\rightarrow 2\cos x-\sqrt{3}>0 \Leftrightarrow \cos x>\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x\in\left[0;\frac{\pi}{6}\right[$$



→

$$\begin{cases}\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)>0\\ x\in[0;\pi]\end{cases} \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=X \begin{cases}\sin(X)>0\\ X\in\left[-\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]\end{cases} \Leftrightarrow X\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right] \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right] \Leftrightarrow x\in\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$$

Tableau de signe :

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{3}$		π
$2cosx-\sqrt{3}$		$+$	0	$-$		$-$	
$\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$		$-$		$-$	0	$+$	
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=\left]\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{\pi}{3}\right]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB

PRO