

Série N°1 : CALCUL TRIGONOMETRIQUE

(La correction voir ☺ <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : 1) Sachant que : $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, calculer la valeur de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$

2) En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

Exercice2 : Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ On pose : $A(x) = \frac{1}{2}[(\cos(2x) + \sin(2x))^2 - 1]$

1) Calculer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

2) Montrer que : $A(x) = \cos 2x \times \sin 2x$

3) Montrer que : $A(-x) = -A(x)$

4) Calculer : $A(x) + A\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Exercice3 : 1) Calculer : $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

2) Calculer : $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

3) Montrer que : $\cos x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

4) Montrer que : $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin x = 0$

Exercice4 : 1) Calculer $\cos\frac{\pi}{8}$; $\sin\frac{\pi}{8}$ et $\tan\frac{\pi}{8}$

2) En déduire : $\cos\frac{7\pi}{8}$; $\sin\frac{7\pi}{8}$ et $\tan\frac{7\pi}{8}$

Exercice5 : Soient : $0 < a < \frac{\pi}{2}$; $0 < b < \frac{\pi}{2}$ et $\cos a = \sin b = \frac{1}{2}$

1) Calculer : $\sin a$ et $\cos b$ 2) Calculer : $\sin(a+b)$

Exercice6 : Sachant que : $\sin x = \frac{1}{2}$ et $0 < x < \frac{\pi}{2}$

Calculer : $\cos(2x)$ et $\sin(2x)$

Exercice7 : Montrer que : $\forall x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[; \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$

Exercice8 : Montrer que : 1) $1 - \cos x + \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)$

2) si $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\sin \alpha \neq -1$ alors : $\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice9 : 1) Calculer : $\tan\frac{\pi}{12}$ et $\tan\frac{5\pi}{12}$

2) En déduire : $\tan\frac{11\pi}{12}$

Exercice10 : 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^2 + 2x - 1 = 0$

2) En déduire : $\tan\frac{\pi}{8}$

Exercice11 : Soit $a \in \mathbb{R}$ tel que : $\tan\frac{a}{2} = \sqrt{2}$

Calculer : $\cos a$; $\sin a$ et $\tan a$

Exercice12 : Transformer en produits les expressions suivantes :

1) $A(x) = \sin 2x + \sin 4x$

2) $B(x) = \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x$

3) $C(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x$

Exercice13 : Ecrire sous la forme d'une somme

1) $\cos 2x \times \sin 4x$ 2) $\sin x \times \sin 3x$ 3) $\cos 4x \times \cos 6x$

Exercice14 : Calculer : 1) $\cos\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12}$ 2) $\sin\frac{7\pi}{12} \times \cos\frac{5\pi}{12}$

Exercice15 : 1) Linéariser : $2 \cos^2 x \times \sin 2x$

2) Linéariser : $\cos^3 x$

Exercice16 : Montrer que : $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan 3x \times \tan x$

Exercice17 : 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $4 \tan x + 4 = 0$

2) Résoudre dans $[-\pi; \pi[$ l'équation suivante : $2 \cos 2x + \sqrt{3} = 0$

3) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ l'équation suivante : $2\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$

Exercice18 : 1) Montrer que : $2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 11\pi) - 1 = (\cos x + 1)(2 \cos x - 1)$ si $x \in \mathbb{R}$

2) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation suivante : $2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 11\pi) - 1 = 0$ (E)

3) Placer sur le cercle trigonométrique munie d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les solutions de l'équation (E).

4) Soient A ; B ; C les points trouvés dans la question 3)

Montrer que : ABC est un triangle équilatéral

Exercice19 : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1$

Exercice20 : 1) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation : $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$

2) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation : $\sqrt{3} \cos x - \sin x \geq 1$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice21 : Soit $x \in \mathbb{R}$ on pose : $A(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x + 3 \cos x - \sqrt{3} \sin x$

1) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : A(x) = 2(2 \cos x - \sqrt{3}) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $A(x) = 0$

3) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation : $A(x) > 0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

