1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°2 : *CALCUL TRIGONOMETRIQUE*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : 1) Calculer : $\cos\frac{\pi}{12}$; $\sin\frac{\pi}{12}$ et $\tan\frac{\pi}{12}$

2) En déduire : $\cos\frac{7\pi}{12}$; $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\tan\frac{7\pi}{12}$

Exercice2 : Soit $x \neq k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

1) Montrer que : $\cos(x)\times\cos(2x)\times\cos(4x)=\frac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$

2) Calculer : a) $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)\times\cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{9}\right)\times\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right)\times\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)$ c) $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right)\times\sin\left(\frac{5\pi}{18}\right)\times\sin\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

Exercice3 : Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$

1) $\sin^2 2x-\cos 2x-1=-2\cos^2 x\times\cos 2x$ 2) $2\sin^2 x+12\cos^2 x=5\cos 2x+7$

Exercice4 : Montrer que :1) $\sin\frac{3\pi}{11}+\sin\frac{7\pi}{11}=2\sin\left(\frac{5\pi}{11}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{11}\right)$

2) $\sin\frac{3\pi}{11}-\sin\frac{7\pi}{11}=-2\cos\left(\frac{5\pi}{11}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{11}\right)$

3) En déduire que : $\dfrac{\sin\frac{3\pi}{11}+\sin\frac{7\pi}{11}}{\sin\frac{3\pi}{11}-\sin\frac{7\pi}{11}}=-\dfrac{\tan\left(\frac{5\pi}{11}\right)}{\tan\left(\frac{2\pi}{11}\right)}$

Exercice5 : On pose : $a=\cos\frac{\pi}{9}$ et $b=\sin\frac{\pi}{9}$

Ecrire en fonction de : a et b les expressions suivantes :

1) $A=\cos\frac{8\pi}{9}+\sin\left(-\frac{10\pi}{9}\right)$ 2) $B=\sin\frac{7\pi}{18}+\cos\frac{11\pi}{9}$ 3) $C=\sin\frac{11\pi}{18}\times\sin\frac{7\pi}{18}\times\cos\frac{8\pi}{9}$

Exercice6 : 1) Calculer les expressions suivantes :

$A=\cos\frac{\pi}{12}\times\cos\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\times\sin\frac{5\pi}{12}$ 2) $B=\cos\frac{\pi}{12}\times\cos\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\times\sin\frac{5\pi}{12}$

2) Montrer que : $\cos\frac{\pi}{18}-\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{18}=2\cos\frac{7\pi}{18}$

Exercice7 : 1) Soit $\alpha\in\left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[$ Tel que : $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$

Calculer : $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$

2) Soit $\alpha\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ et $\beta\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ Tel que : $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$ et $\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$

Montrer : $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$

Exercice8 : Montrer que/ $\forall x\in\mathbb{R}$: $\cos^2\frac{5x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=-\sin 4x\times\sin x$

Exercice9 : Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}$

1) $\sin 3x=\sin x\times\left(3-4\sin^2 x\right)$ 2) $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

3) $\cos(4x)=8\cos^4 x-8\cos^2 x+1$ 4) $\sin(4x)=4\sin x\left(2\cos^3 x-\cos x\right)$

5) $\cos^3 x=\frac{1}{4}(3\cos x+\cos 3x)$

Exercice10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **2)** $\sin(2x)=\cos(3x)$ **3)** $\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-\sqrt{3}$

Exercice11 : Résoudre dans $[0;2\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos x+\sin x=\sqrt{3}$

Exercice12 : Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'inéquation suivante : $\sin x\geq\frac{1}{2}$

Exercice13 : a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $2\sin^2 x-9\sin x-5=0$ et en déduire les solutions dans $[0;2\pi]$

b) Résoudre dans $[0;2\pi]$ l'inéquation suivante : $2\sin^2 x-9\sin x-5\leq 0$

2) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation suivante : $(2\cos x-1)(\tan x+1)\geq 0$

Exercice14 : Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=2\cos^3 x-\cos x+2\sin x-2\sin^3 x$

1) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $\sin x-\sin^3 x=\frac{1}{2}\sin 2x\times\cos x$ et $2\cos^3 x-\cos x=\cos 2x\times\cos x$

b) En déduire que : $A(x)=\sqrt{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\cos x$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $A(x)=0$

3) Montrer que : $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{8};\frac{\pi}{4}\right]$: $A(x)\geq 0$

Exercice15 : 1) Montrer que : $\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$

2) Considérons l'équation : (E): $2\cos x-2\sin x-1-\sqrt{3}=0$

a) Vérifier que $\pi+2k\pi$ n'est pas une solution de l'équation (E)

b) En posant : $t=\tan\frac{x}{2}$ résoudre l'équation (E) (remarquer que $4-2\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}-1\right)^2$

3) Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien