

Série N°3 : CALCUL TRIGONOMETRIQUE

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : 1) Vérifier que : $\cos \frac{3\pi}{10} = \sin \frac{2\pi}{10}$

2)a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; \cos 3x = (1 - 4\sin^2 x)\cos x$

b) En déduire les valeurs de : $\cos \frac{\pi}{10}$ et $\sin \frac{\pi}{10}$

3) Montrer que : $\sin \frac{7\pi}{30} = \frac{1}{8}(\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}} - \sqrt{5} + 1)$ (on remarquera que : $\frac{7\pi}{30} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{10}$)

Exercice2 : Soit $x \in \mathbb{R}$; Montrer que :

$$\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0 \text{ et } \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

Exercice3 : $P(x) = \sin 2x - \sin x$ et $Q(x) = 1 + \cos x + \cos 2x$

Montrer que : $P(x) = \sin x(2\cos x - 1)$ et $Q(x) = \cos x(2\cos x + 1)$

Exercice4 : 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivantes : (E) : $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x + 3 = 0$

2) En déduire les solutions de l'équation (E) dans $[0; \pi]$

Exercice5 : Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice6 : Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation suivante : $3\tan x - \sqrt{3} \geq 0$

Exercice7 : 1) Soit $\alpha \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ et soit $\beta \in \left]0; \frac{\pi}{4}\right[$ tel que : $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$

1) Calculer : $\tan(2\beta)$

2) En déduire que : $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$

Exercice8 : Soit $x \in \left]0; \frac{\pi}{3}\right[$ et on pose : $F(x) = \frac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{\cos x \sin x}$

1) Montrer que : $F(x) = 4 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)}{\sin 2x}$

3) En déduire que : $F\left(\frac{\pi}{18}\right) = 4$

Exercice9 : Soit $x \in \mathbb{R}$

1) Factoriser les expressions suivantes : $\sin 5x - \sin 3x$ et $\sin 5x + \sin 3x$

2) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \sin^2 5x - \sin^2 3x = \sin 2x \times \sin 8x$

3) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $2\sin^2 5x + \cos 6x - 1 = 0$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice10 : Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

1) Déterminer : D_f le domaine de définition de la fonction f

2) Résoudre dans D_f l'équation : $f(x) = (\sqrt{2} - 1)^2$

3) Montrer que : $\forall x \in D_f : f(x) = \left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2$

4) Calculer : $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et en déduire que : $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

Exercice11 : Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x - \sin x - \sqrt{3}\cos x + 2$

1) Calculer : $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) Montrer que : $f(x) = (\sin x + \sqrt{3}\cos x)(\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1)$

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équations : $f(x) = 0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

