

**Série N°3 : CALCUL TRIGONOMETRIQUE**

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

**Exercice1** : 1) Vérifier que :  $\cos \frac{3\pi}{10} = \sin \frac{2\pi}{10}$

2)a) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} ; \cos 3x = (1 - 4\sin^2 x)\cos x$

b) En déduire les valeurs de :  $\cos \frac{\pi}{10}$  et  $\sin \frac{\pi}{10}$

3) Montrer que :  $\sin \frac{7\pi}{30} = \frac{1}{8}(\sqrt{3}\sqrt{10+2\sqrt{5}} - \sqrt{5} + 1)$  ( on remarquera que :  $\frac{7\pi}{30} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{10}$ )

**Exercice2** : Soit  $x \in \mathbb{R}$  ; Montrer que :

$$\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0 \text{ et } \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

**Exercice3** :  $P(x) = \sin 2x - \sin x$  et  $Q(x) = 1 + \cos x + \cos 2x$

Montrer que :  $P(x) = \sin x(2\cos x - 1)$  et  $Q(x) = \cos x(2\cos x + 1)$

**Exercice4** : 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivantes : (E) :  $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x + 3 = 0$

2) En déduire les solutions de l'équation (E) dans  $[0; \pi]$

**Exercice5** : Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'inéquation suivante :  $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Exercice6** : Résoudre dans  $[-\pi; \pi]$  l'inéquation suivante :  $3\tan x - \sqrt{3} \geq 0$

**Exercice7** : 1) Soit  $\alpha \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$  tel que :  $\tan \alpha = \frac{1}{7}$  et soit  $\beta \in \left]0; \frac{\pi}{4}\right[$  tel que :  $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$

1) Calculer :  $\tan(2\beta)$

2) En déduire que :  $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$

**Exercice8** : Soit  $x \in \left]0; \frac{\pi}{3}\right[$  et on pose :  $F(x) = \frac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{\cos x \sin x}$

1) Montrer que :  $F(x) = 4 - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)}{\sin 2x}$

3) En déduire que :  $F\left(\frac{\pi}{18}\right) = 4$

**Exercice9** : Soit  $x \in \mathbb{R}$

1) Factoriser les expressions suivantes :  $\sin 5x - \sin 3x$  et  $\sin 5x + \sin 3x$

2) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} : \sin^2 5x - \sin^2 3x = \sin 2x \times \sin 8x$

3) En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $2\sin^2 5x + \cos 6x - 1 = 0$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

**Exercice10** : Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

1) Déterminer :  $D_f$  le domaine de définition de la fonction  $f$

2) Résoudre dans  $D_f$  l'équation :  $f(x) = (\sqrt{2} - 1)^2$

3) Montrer que :  $\forall x \in D_f : f(x) = \left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2$

4) Calculer :  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  et en déduire que :  $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

**Exercice11** : Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x - \sin x - \sqrt{3}\cos x + 2$

1) Calculer :  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) Montrer que :  $f(x) = (\sin x + \sqrt{3}\cos x)(\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1)$

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations :  $f(x) = 0$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

