1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°4 : CALCUL TRIGONOMETRIQUE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1: Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=\sin^4 x+\cos^4 x+\frac{1}{2}\sin^2(2x)$

1) Montrer que : $A(x)$ est un réel constant

2) Résoudre dans $]-\pi;\pi[$ l'équation : $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{1}{2}$

Exercice2 : Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $a=\cos x+\cos 3x$ et $b=\sin x+\sin 3x$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a^2+b^2=4\cos^2(2x)$

2) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a=2\cos x\times\cos 2x$ et $b=-2\sin 2x\times\cos x$

b) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $a+b=2\sqrt{2}\cos x\times\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

3) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'équation : $\cos x+\sin x+\cos 3x+\sin 3x=0$

4) Résoudre dans $[0;\pi]$ l'inéquation : $\cos x+\sin x+\cos 3x+\sin 3x<0$

Exercice3 : On pose : $A=\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}\times\sin\frac{3\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}$

1) Monter que : $\sin\frac{\pi}{9}\times\sin\frac{4\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\cos\frac{5\pi}{9}\right)$

2) Monter que : $\cos\frac{5\pi}{9}\times\sin\frac{2\pi}{9}=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{7\pi}{9}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3) En déduire que : $A=\frac{3}{16}$

Exercice4 : Soit $x\in\mathbb{R}$ on pose : $A(x)=\cos 3x-3\sin x+3\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

1) Calculer : $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et calculer $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

2) En déduire une écriture simple de $A(x)$

3)a) Résoudre dans $I=[-\pi;\pi]$ l'équations : $A(x)=\frac{1}{2}$

3)b) Résoudre dans I l'inéquation : $A(x)\le\frac{1}{2}$

Exercice5 : Soit : $\theta\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $3\sin\theta+5\cos\theta=5$

1) Monter que : $5\sin\theta-3\cos\theta=3$

2) Déduire la valeur de : $\cos\theta$ et $\sin\theta$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice6 : 1) Soit $\alpha\in\left]-\frac{\pi}{2};0\right[$ tel que : $\tan\alpha=-\frac{1}{7}$ et soit $\beta\in\left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan\beta=2$

Calculer : $\alpha-2\beta$

Exercice7 : 1) Monter que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $\cos 5x=16\cos^5 x-20\cos^3 x+5\cos x$

2) Vérifier que : $16x^5-20x^3+5x+1=(x+1)\left(4x^2-2x-1\right)^2$

3) On pose : $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=t$:

Monter que : t est une solution de l'équation : $4x^2-2x-1$ et déduire que : $t=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

4) En déduire : $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$; $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$; $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$; $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

Exercice8 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x=0$

Exercice9 : transformer : $\cos x-\sin x$

Exercice10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sqrt{3}\cos(3x)+\sin(3x)+2=0$

1) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'inéquation : $\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\le-\frac{1}{2}$

2) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'inéquation :
$4\cos^2x-2(1+\sqrt{2})\cos x+\sqrt{2}\le 0$

3) Résoudre dans $[-\pi,\pi]$ l'inéquation : $\frac{1+\tan x}{\sin 2x}\ge 0$

Exercice11 : Résoudre dans $\left[-\frac{11\pi}{5},\frac{14\pi}{5}\right]$ l'équation $\sin 3x\ge\frac{1}{2}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien